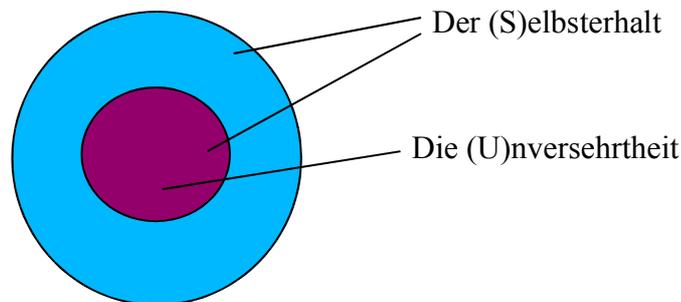


Ansatz die Axiomatik der Unversehrtheit zu beweisen

Annahme: Es existiert ein der Unversehrtheit übergeordnetes System, dessen Axiomatik unanfechtbar ist und gleichermaßen auf alle Individuen anwendbar ist.

Idee: Der Selbsterhalt

Fassen wir nun diese soeben beschriebene Ordnung in ein einfaches mathematisches Schema – ein Mengenmodell wie folgt:



Im folgenden wird das übergeordnete System, der Selbsterhalt durch die Variable **S** und die darin enthaltene Unversehrtheit durch die Variable **U** gekennzeichnet.

Formulieren wir die obige Annahme doch einmal mathematisch, so wird folgendes offensichtlich:

$U \subset S$  und folglich gilt auch, dass die Menge der in U enthaltenen Elemente echt kleiner ist, als die in S enthaltenen.

Bei einer ersten grundsätzlichen Überlegung, wann bzw. unter welchen Umständen sich die Unversehrtheit ändert, fällt sofort die Zeit ins Gewicht und aus dieser Überlegung heraus folgt, dass sich der Selbsterhalt ebenso in Abhängigkeit der Zeit verändert. Mathematisch formuliert gilt folgendes:

$U(t) \subset S(t)$ , wobei U(t) die Menge aller Elemente in U Abhängigkeit von einer Zeit t und analog dazu, S(t) die Menge aller Elemente in S in Abhängigkeit von einer Zeit t darstellen.

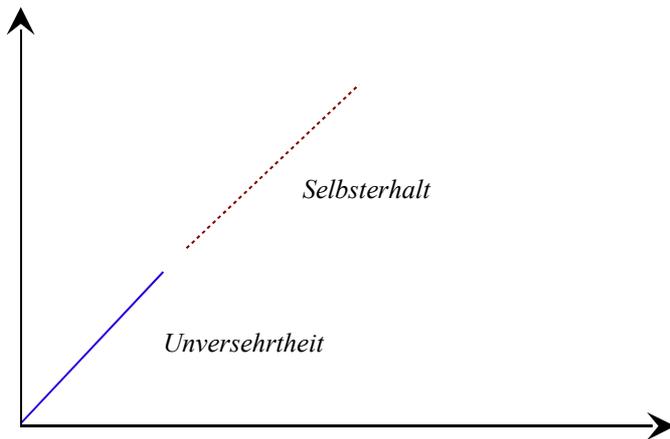
In obiger Formalisierung sind nun zwei grundsätzliche Überlegungen enthalten:

1. Es existiert ein übergeordnetes System (Selbsterhalt).
2. Beide Systeme sind nach der Zeit veränderlich, also nach t ableitbar.

Weiterhin geht hervor, dass jedes Element aus U auch zwangsläufig in S enthalten sein muss, also:

Es sei nun also ein Element x aus U gegeben, welches auch in S enthalten ist:  $\exists x \in U \Rightarrow x \in S$

Überträgt man die Mengenvorstellung in ein Strecken bzw. Vektordiagramm kann man sich leicht überlegen, dass die durch die Elemente der Menge U gebildete Strecke „kürzer“, also ihr Betrag (nach Pythagoras) kleiner sein muss als der Betrag von den Elementen der Menge S gebildete Strecke.



Für die Länge der Strecken gilt folgendes:  $|U| < |S|$

### 1. Hauptsatz des Unversehrtheitsprinzips

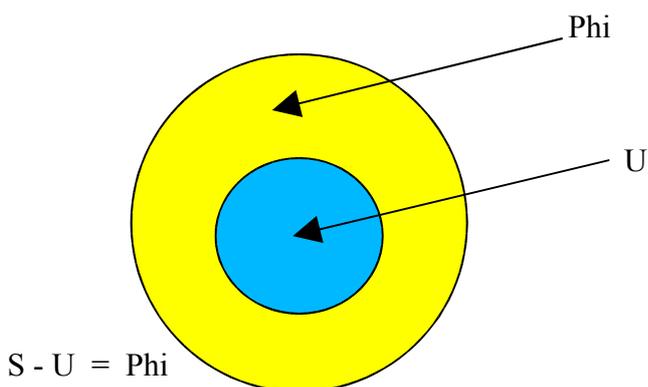
Nach Lenz gilt folgender Anspruch an die Unversehrtheit mindestens:  $U(t) = U(t - \lambda)$

D.h. die Unversehrtheit (dieser Begriff wird später noch präzisiert – zum jetzigen Zeitpunkt soll der intuitive Begriff genügen) zu einem Zeitpunkt  $t$  soll nach Lenz denselben Wert haben, also genauso sein, wie an einem früheren Zeitpunkt  $t - \lambda$ . Nur dann ist De-Eskalation erfolgreich.

Folgerung: Bei einer Veränderung der Unversehrtheit von einem Zeitpunkt zum anderen hat dies natürlich sofortige Auswirkungen auf den Selbsterhalt, da  $U$  in  $S$  enthalten ist und die Elemente von  $U$  auch Elemente von  $S$  sind. Der Umkehrschluss gilt hier natürlich nicht, da nicht alle in  $S$  enthaltenen Elemente auch in  $U$  enthalten sind, sonst würde eine Gleichheit der beiden Systeme oder Mengen folgen. Diese Folgerung ist jedoch nach Voraussetzung nicht zulässig. Es gilt also:

$$U(t) = U(t - \lambda) \not\Rightarrow S(t) = S(t - \lambda)$$

Bei näherer Betrachtung des Mengenmodells fällt folgendes auf:

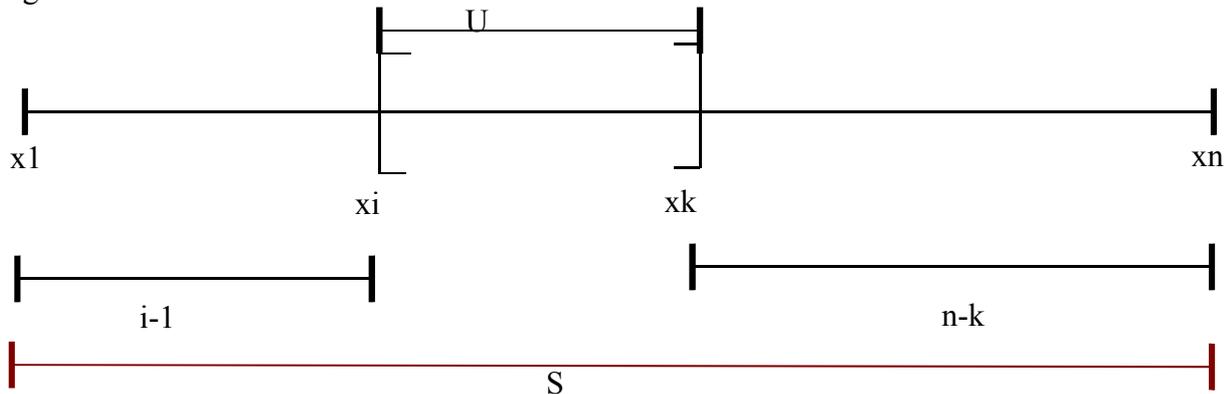


Phi ist also genau die Differenz der beiden Mengen S und U. Also wird die obige Aussage der Veränderlichkeit von S und U bekräftigt. Denn, verändert sich Phi, geschieht mit U nichts.

Eine weitere Folgerung ist daher offensichtlich, jedoch unerlässlich:

Da  $\Phi \subset S$  und  $S - U = \Phi$  gilt  $S \neq \Phi$

Um die Frage nach der Zugehörigkeit bestimmter Elemente zu den Mengen zu klären ergibt sich eine Art Vollständigkeitsproblem, das zunächst gelöst werden muss. Deshalb: Einführung eines Intervallmodells, um die Endlichkeit und somit die Anzahl der Elemente in den Systemen zu zeigen:



In diesem Modell folgte nun eine Linearisierung der als Mengen dargestellten Systeme.

Wie schon mal angesprochen ist es möglich die Mengen als mehrdimensionale Vektoren anzugeben. Dies geschieht wie folgt:

$$\vec{S} = \begin{matrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{matrix} \Rightarrow \vec{\Phi} = \begin{matrix} x_1 & x_{k+1} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ x_{i-1} & x_n \end{matrix} + \vec{U} = \begin{matrix} x_i \\ \cdot \\ \cdot \\ x_k \end{matrix}$$

Im obigen Modell wurde die Position von U lediglich exemplarisch determiniert. Da wir ein dynamisches System beschreiben folgt, dass die Position des Systems U variabel ist. Außerdem ist klar, dass durch die (noch) unklare Stellung von U die darin enthaltenen Elemente nicht determiniert, das heißt nicht bestimmt sind.

Durch das Intervallmodell ist jedoch die abstrakte Anzahl der in den Systemen enthaltenen Elemente bekannt !

Diese lässt sich wie folgt ganz einfach berechnen:

Es sei also eine Funktion, dessen Funktionswert die Anzahl der Elemente eines Systems zurückgibt:

1.  $Anz(U) = n - (i-1)$
2.  $Anz(S) = n$
3.  $Anz(\Phi) = (i-1) + (n-k)$

Betrachten wir nun jedes Element als eine einelementige Menge, so gilt dann für jedes Element x der Systeme S, U und Phi:

$$x = \{x\}$$

Anhand dieser Betrachtung ist es nun möglich über der Mengenaddition, der Vereinigung, eine präzisere bzw. kompaktere Aussage über die Anzahl der Elemente zu treffen:

Es existiere also eine Funktion, die als Wert die Summe der Vereinigungen besitzt:

$$\text{Vereinig}(U) = x_i \cup x_{i+1} \cup x_{i+2} \cup \dots \cup x_k = \sum_i^k x_i$$

$$\text{Vereinig}(S) = x_1 \cup x_2 \cup \dots \cup x_{i-1} \cup \sum x_i \cup x_{k+1} \cup x_{k+2} \cup \dots \cup x_n = \sum_{\alpha=1}^{i-1} x_{\alpha} \cup \sum_i^k x_i \cup \sum_k^n x_k$$

$$\text{Vereinig}(\Phi) = x_1 \cup x_2 \cup \dots \cup x_{i-1} \cup x_{k+1} \cup x_{k+2} \cup \dots \cup x_n = \sum_{\alpha=1}^{i-1} x_{\alpha} \cup \sum_k^n x_k$$

Vorteil des Intervallmodells: Variable Verschiebung beider Grenzen des Systems U. Aus dieser Verschiebung folgt eine (fast) beliebige Anpassung an den Selbsterhalt S. Hierdurch ist eine Minimierung von S auf ein Minimum möglich geworden.

Im Folgenden werden wir Fälle von Grenzenverschiebung in U diskutieren:

1. Fall: Grenzen von U nach links bis  $x_2$  und nach rechts bis  $x_{n-1}$  ausdehnen – also jeweils bis auf ein Element vor die Grenzen des Selbsterhaltes. (mehr ist nach Voraussetzung nicht möglich)
2. Fall: Einseitiges Ausdehnen der Grenze(n) von U.
3. Fall: (Folgerung aus Fall 1): Reduzierung des Systems S auf 2 Elemente.

Eine durch das Intervallmodell neu entstandene Möglichkeit ist das Setzen von Prioritäten für bestimmte Elemente in den Systemen S, Phi und insbesondere U.

In diesem Kontext ist es wohl bei erster naiver Betrachtung offensichtlich, dass die Indizierung der Elemente eine ausschlaggebende Rolle spielt, da so bei abstrakter Betrachtung eine eindeutige Unterscheidung vorgenommen werden kann.

Da (wahrscheinlich) nicht jedem Element eine eigene Priorität zugewiesen werden kann, könnte der erste Lösungsansatz die Konstruktion von Prioritätsklassen sein, die eine bestimmte Anzahl von Elementen mit wiederum bestimmter Indizierung enthält.

Im folgenden soll es ein Z geben, das einen Zustandswert (oder einen Zustand), der den Grad der Unversehrtheit beschreibt, angibt.

Der Funktionswert von Z ist daher abhängig von den Prioritätsklassen P, die in der Unversehrtheit enthalten sind.

$$\exists P \text{ für das gilt } P = (x_m \dots x_r) \text{ und } m > r$$

Ferner muss also gelten, dass die Unversehrtheit immer auch außer von der Zeit in Abhängigkeit einer (oder mehrerer!) Prioritätsklassen zu sehen ist.

$U(t, P)$  – die Unversehrtheit zu einem Zeitpunkt t bei der Prioritätsklasse P, somit gilt für den Wert des Zustandes:  $Z(U(t, P))$

Satz 1: Eine Verschiebung der Grenzen der Unversehrtheit ist genau dann negativ (oder positiv), wenn U nach der Verschiebung,  $U(t-\lambda)$  und einen bestimmten Wertebereich, nämlich eine

bestimmte Prioritätsklasse P enthält bzw. einschließt.

Nehmen wir an es gibt zwei Zustände, die die Anzahl der Elemente von U annehmen kann (und es gibt nur 2):

1. Fall:  $Anz(U)$  ist ungerade – so gilt nach dem Anspruch (nach Lenz  $U(t) = U(t-\lambda)$ ), dass die Anzahl  $Anz(U)$  nach der Verschiebung der Grenzen immer noch ungerade ist. Folglich gilt:  $Anz(U)$  ungerade, also muss eine Verschiebung wie folgt sein:  $Anz(U) + (2*j + 1)$ , da  $2*j+1$  immer ungerade ist. So wird sichergestellt, dass das Verhältnis ungerade – ungerade gewahrt bleibt. Analoges gilt natürlich für **Fall 2** nur, dass eine Addition (oder Subtraktion) mit  $2*j$  folgen muss.

Ferner betrachten wir zwei Mengen, wobei M als Elemente die Unversehrtheit zu Zeitpunkten t bei (einer) Prioritätsklasse(n) P enthält und Q die Menge aller Zustände repräsentiert, die einem (oder mehreren) Element(en) aus M zugeordnet werden können.

So seien  $M = \{U(t,P)\}$  und  $Q = \{Z(U(t,P))\}$ . Außerdem soll gelten  $[M]$  und  $[Q]$ , d.h. M und Q sind abgeschlossen und beschränkt (nach Archimedis).

Es gebe also eine Abbildung F, die wie folgt definiert ist:

$F : M \longrightarrow Q$ , ferner existieren x und y aus M und a aus Q.  
x sei definiert als  $x := U(t,P)$

Lemma: t irrelevant, da nicht die Zeit selbst Einfluss auf die Unversehrtheit nimmt, sondern sich die Unversehrtheit in Richtung (also nach )der Zeit ändert.

Deshalb gilt:  $U(p) / t \Rightarrow$  Veränderung der Unversehrtheit pro Zeit(einheit).

Veranschaulichung einer Prioritätsklasse



Verallgemeinerung der Unversehrtheit bzw. Formel zur Zuweisung einer Konstanten zur Unversehrtheit.

$U(p)$  sei nun definiert als  $U(a,t)$  mit a Element aus P (siehe oben). Die Formel lautet nun:

$U(a,t) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{t}\right)$ . Die beschriebene Summe läuft durch das ganze Intervall der Prioritätsklasse.

Salopp formuliert ist dies das arithmetische Mittel nach der Zeit. Geometrische Überlegungen würden zu einer linearen Funktion führen (Grade). Jedes Element a aus P stellt eine Koordinate in der grafischen Veranschaulichung dar.

Ebenso ist es möglich für jedes Element a aus P eine einzelne grafische Darstellung zu erstellen, indem man es über einen Zeitraum laufen lässt und jeweils den Quotienten entlang der Y-Achse abträgt.

Fallunterscheidung:

$\exists x, y \in M$  und  $b \in Q$

1. Fall:  $\exists x = U(t_\lambda, P_\lambda); y = U(t_{\lambda 1}, P_{\lambda 1})$ . Für  $x \neq y$  gilt:  $t_\lambda \neq t_{\lambda 1}; P_\lambda \neq P_{\lambda 1} \rightarrow F(x) \neq F(y)$

2. Fall:  $\exists x = U(t_\lambda, P_\lambda); y = U(t_{\lambda 1}, P_{\lambda 1})$ . Für  $x = y$  gilt:  $P_\lambda = P_{\lambda 1} \rightarrow F(x) = F(y) = b$   
 $t_\lambda$  und  $t_{\lambda 1}$

für Zustand irrelevant, da Prioritätsklasse höherwertig (da Unversehrtheit von P abhängt, sich jedoch nur nach t ändert – siehe Satz)

$\exists c \in Q$  und  $Q := \{Z(U(t, P))\}$  und  $\text{Anz}(y_i) = i$

triviler Fall:

$U(t_1, P_1) = \lim U(t_i, P_i)$  (durch das ganze Intervall)

$\Rightarrow \text{Anz}(y_i) = i = 1$  Anzahl der Elemente in Q.

$U(t_1, P_1) \neq U(t_{\rightarrow n}, P_{\rightarrow n}) \Rightarrow \text{Anz}(y_i) = i = n$

Anzahl der Elemente in Q bei  $U(t, P)$  alle verschieden.

Als nächstes ist es unbedingt erforderlich den Zustand Z der Unversehrtheit U, also  $Z(U(t, P))$  mathematisch zu formulieren.

Nicht-triviale Überlegungen führen dazu, den Zustand, der eine Unversehrtheit beschreibt auch *Metazustand* zu nennen, da er tatsächlich ein übergeordnetes System relativ zur Unversehrtheit darstellt. Der Metazustand „überwacht“ die Unversehrtheit auf Veränderung und zeigt diese auch an (z.B. Grafisch). Auch kann man den Zustand für bestimmte Unversehrtheiten vorhersagen.

Um den Metazustand also mathematisch zu erfassen ist es bis zum jetzigen Zeitpunkt notwendig eine Funktion höheren Grades zu definieren.

Es folgt also:

$$\int_{i=1}^n U(t, P) = \int_{i=1}^n \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{t}\right) = \frac{1}{2} * \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{t}\right)^2 = Z(U(t, P))$$

Das Ergebnis dieser sog. Integration ist eine um eine Potenz erhöhte Funktion.

2. Hauptsatz des Unversehrtheitsprinzips

$$\partial Z(U(t, P)) = U(t, P)$$

Bei Änderung (Differenzierung) des (Meta)-Zustandes erfolgt eine Änderung der Unversehrtheit. Der Satz ist invertierbar.

Beweis:

Der Beweis folgt sofort aus dem Satz, da  $Z(U(t, P)) \neq U(t, P)$

q.e.d